CONCOURS D'ADMISSION A L'ECOLE DE L'AIR

COMPOSITION DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES

(Durée : 1 h 30 - Coefficient : 3)

Remarque : le A) et le B) peuvent être traités de manière indépendante.

A) On considère l'équation différentielle :

$$(*) \quad y''' - 12y' - 10y = 0$$

1.- Soit la série entière

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad .$$

Montrer que y est solution de (*) si et seulement si les coefficients a_n vérifient la relation de récurrence :

$$(n+1)(n+2)(n+3)a_{n+3} = 12(n+1)a_{n+1} + 10a_n$$

2.- On cherche la solution telle que : $a_o = 3$, $a_1 = 0$, $a_2 = 12$, qui sera notée y_1 .

Déterminer les coefficients a_i pour i variant de 0 à 8 (inclus).

3.- Calculer un encadrement de $y_1(0,1)$ à 10^{-7} près.

On pourra utiliser sans démonstration la propriété suivante :

$$n \geqslant 9 \Longrightarrow a_n < 1 \quad .$$

On rappelle que lorsque le terme général u_n d'une série vérifie la propriété : il existe un réel k, $k < 1$ tel que pour $p \geqslant n_o$ on ait $\sqrt[n]{u_n} \leqslant k$, alors le reste R :

$R = u_{n_o+1} + u_{n_o+2} + \ldots = \sum_{p=n_o+1}^{\infty} u_p$ vérifie : $R < \frac{k}{1-k} u_{n_o}$.

.../...

B) On considère le polynôme : $P = x^3 - 12x - 10$.

1.- Calculer $\cos 3\theta$ en fonction de $\cos^3\theta$ et de $\cos\theta$.

2.- En posant $x = 4\cos\theta$, montrer que l'équation $P(x) = 0$ est équivalente à :

$$\cos 3\theta = 0{,}625 .$$

3.- Déterminer toutes les solutions de l'équation $P(x) = 0$.

Les calculs seront effectués avec la précision des tables numériques ; le choix d'une unité d'angle est laissé à l'initiative des candidats.

C) On appelle α , β , γ les solutions de $P(x) = 0$.

On admet que toutes les solutions de l'équation différentielle (*) sont de la forme :

$$(1)\quad y(x) = Ae^{\alpha x} + Be^{\beta x} + Ce^{\gamma x}$$

où A, B, C désignent des constantes dont la valeur est déterminée par les conditions initiales.

1.- Soit z la solution de (*) correspondant à $A = B = C = 1$

Calculer $z(0)$, $z'(0)$, $z''(0)$.

(On pourra utiliser l'expression des fonctions symétriques des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients).

2.- Calculer $z(0{,}1)$ avec la précision permise par les tables, en utilisant la formule (1).

On ne demande pas de calcul d'erreur.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail